注意：この問題は数研部員が独自に作成した予想問題です。学校とは一切関係ありません。

2024年度

高等部入学試験問題

数　　学

（60分間）

【注 意 1】

1.　問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までです。

2.　答えは，すべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

【注 意 2】

1.　答えは，最も簡単な形で書きなさい。

2.　分数は，これ以上約分できない分数の形で答えなさい。

3.　根号のつく場合は，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$のように根号の中を最も小さい正の整数にして答えなさい。

【注意】受験番号は，算用数字で横書きにすること。

受　験　番　号				

氏名	

1　次の各問いに答えよ。

（１）　$(2\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-2\sqrt{6})-(2+\sqrt{5}-\sqrt{6})(2-\sqrt{5}+\sqrt{6})$ を計算せよ。

（２）　$a+\dfrac{1}{b}=b+1$，$b+\dfrac{1}{a}=a+1$ のとき，$a+b$ の値として考えられるものをすべて求めよ。

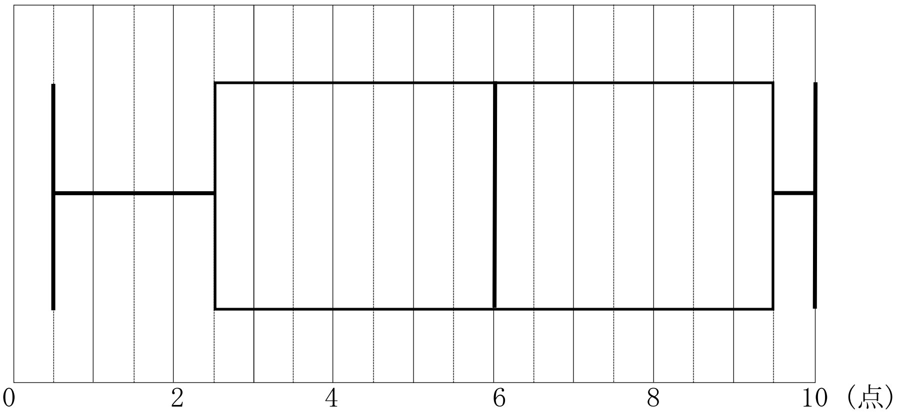
（３） ２次方程式 $x^2-x-1=0$ の２つの解を a，b とするとき，$(a+1)(a^2+1)(b+1)(b^2+1)$ の値を求めよ。

（４） $-4 \leqq x \leqq 3$，$-1 \leqq y \leqq 2$ のとき，xy^2-2x のとりうる値の範囲を求めよ。

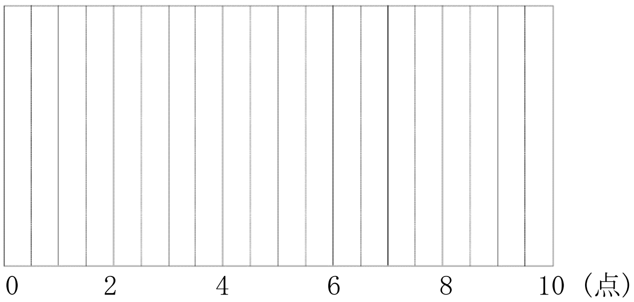
2　次の各問いに答えよ。

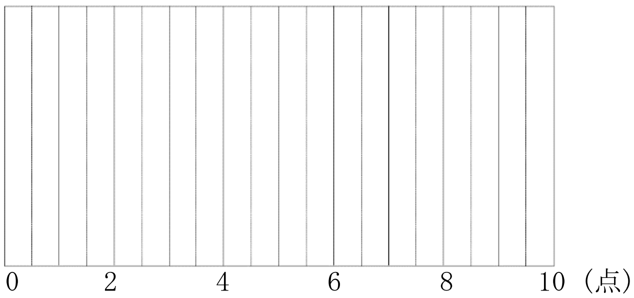
（1）　8人の生徒に対し，数学の小テストを行った。この小テストは1問1点の10点満点で，採点は正解か不正解のみで行った。このテストの得点結果を度数分布表にまとめたところ，最高値は9，平均値は5，中央値は6で，最頻値は8のみであった。この小テストの得点分布を表した箱ひげ図として考えられるものを，下の図の例にならって解答欄にすべてかけ。

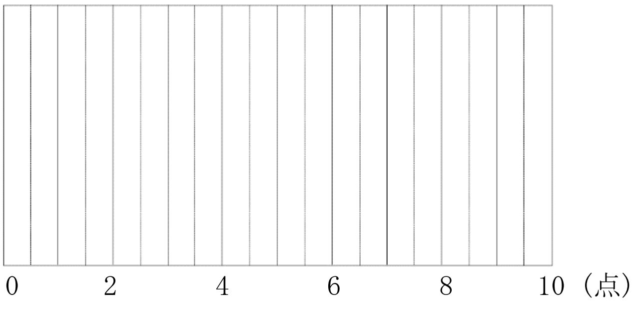
　ただし，解答欄をすべて使わなくても構わない。

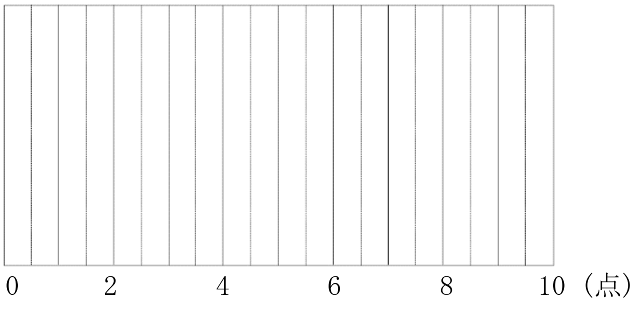


［必要なら，自由に用いてよい。］

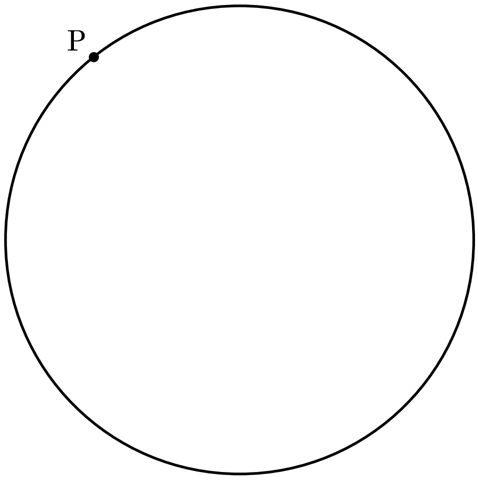








（2） 下の図のように，円Cの円周上に点Pがある。点Pを頂点の一つとし，この円に内接する正三角形を作図せよ。作図に用いた線は消さないこと。



3　放物線 $y=ax^2\ (a>0)$ …①と直線 $y=bx+3\ (b<0)$ …②，$y=5$ …③が点Pで1点に交わっている。原点と点Pを結んだ直線と，②によってできる小さい方の角の大きさは，②と③によってできる角のうち，小さいものの大きさと等しくなっている。次の各問いに答えよ。

（1）　a，b の値をそれぞれ求めよ。

（2）　中心の座標が $\left(-\sqrt{5},\ \dfrac{5}{2}\right)$ であり，直径が $3\sqrt{5}$ の円Cがある。円Cと②の交点の座標をすべて求めよ。

（３） ③とy軸の交点を点Ｑとし，（２）で求めた交点のうち，x座標が大きい方を点Ｒとする。このとき，$\overset{\frown}{\mathrm{OR}}$，OP，PR によって囲まれた面積Ｓと $\overset{\frown}{\mathrm{RQ}}$，RP，PQ によって囲まれた面積Ｔの大小を比較せよ。

<u>答えに至るまでの過程も丁寧に記述すること。</u>

4　**図1**のように，一辺の長さがaの立方体ABCD－EFGHがある。
次の各問いに答えよ。

（１）　辺AB，BC，AE，CGのそれぞれの中点を通る平面で立方体ABCD－EFGHを切り，2つの合同な立体に分ける。そのうちの1つの立体と合同な水槽をつくり，切断面が底面になるように向きを変えて置く。この水槽の中を水で満たしたときの水の深さを，aを用いて表せ。

（２）　**図2**のように，立方体ABCD－EFGHの上に高さ$\frac{8}{7}a$の正四角錐EFGH－Pを置き，これらを合体した立体をW_1とする。（１）と同様にW_1を切ったとき，点Dを含む方の立体の体積を，aを用いて表せ。

（３）　**図3**のように，立方体ABCD－EFGHの上に（２）とは異なる正四角錐EFGH－Qを置き，これらを合体した立体をW_2とする。（１）と同様にW_2を切り，できた点Dを含む立体と合同な水槽を作る。切断面が底面となるように向きを変えて置き，（１）の水槽に入っている水をすべてこの水槽の中に入れる。水の深さが$\frac{5\sqrt{3}}{12}a$であったとき，正四角錐の高さをaを用いて表せ。

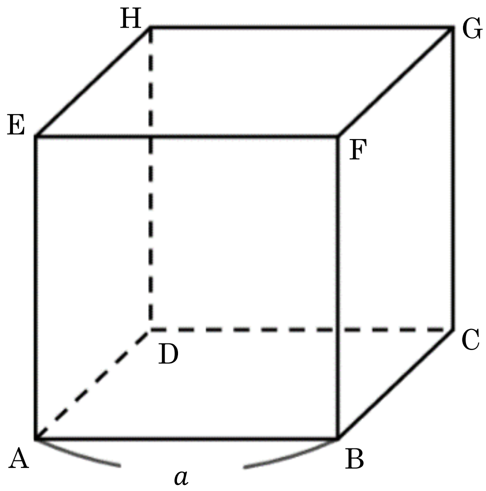


図 1

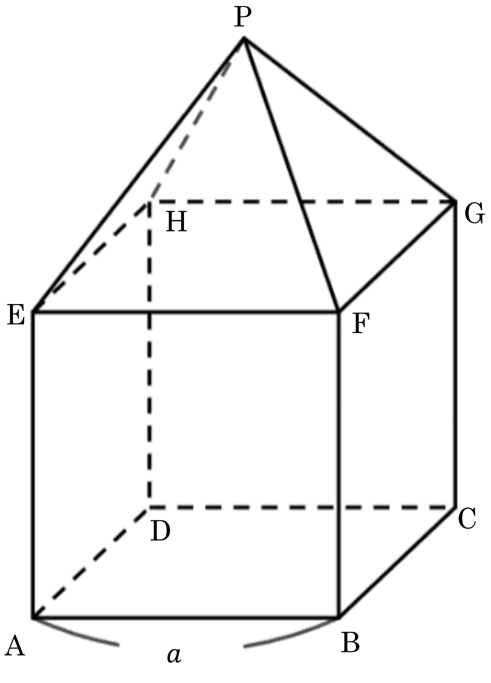


図 2

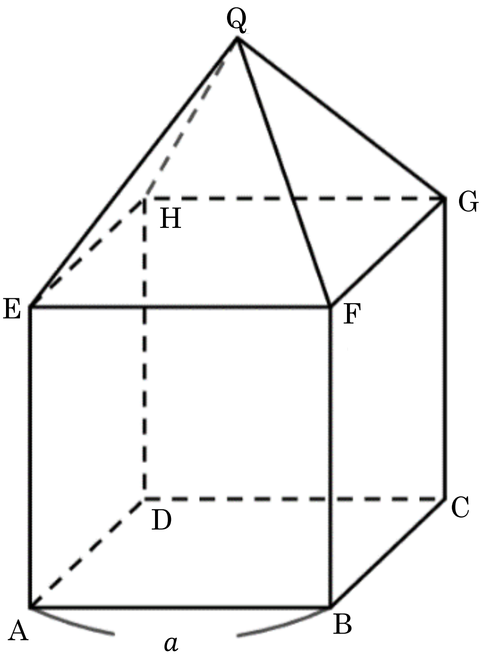


図 3

5　正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体のさいころがそれぞれ 1 つずつある。それぞれのさいころには，1 からそのさいころの面の数までの整数が 1 つずつ記されており，各面に記されている整数は 1 つだけである。

次の各問いに答えよ。

（1）　正四面体のさいころと，正八面体のさいころを同時に投げたとき，出た目の積が 8 となる確率を求めよ。

（2）　5 つのさいころの中から相異なる 2 つを選び，それらを A，B とする。A と B を同時に投げたときの，出た目の積について考える。nを自然数として，次の①，②に答えよ。

①　出た目の積が 1 または2^nとなる確率が最も大きくなるさいころの組(A，B)の，A の面の数と B の面の数の和として考えられる値をすべて求めよ。

② p を素数とする。出た目の積が 1 または p^n となる確率が最も大きくなるさいころの組(A，B)の，A の面の数と B の面の数の和として考えられる値をすべて求めよ。

〔以　下　余　白〕